

## I. Derivada por Definición (Límites)

1. Calcule por definición la derivada de  $f(x) = x^2 - 3x$ .
2. Halle  $f'(x)$  por definición para  $f(x) = \sqrt{x}$ .
3. Demuestre que la derivada de  $f(x) = 1/x$  es  $-1/x^2$  usando límites.
4. Encuentre la pendiente de la tangente a  $f(x) = 2x^2$  en  $x = 1$  mediante el límite.
5. Calcule  $f'(2)$  para  $f(x) = x^3$  usando la definición.

## II. Álgebra de Derivadas y Reglas Básicas

6.  $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 7$
7.  $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$
8.  $f(x) = \frac{2x-1}{x+5}$
9.  $f(x) = \sqrt{x} \cdot (x^2 - 1)$
10.  $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 1}$

## III. Funciones Trascendentes (Log, Exp, Trig)

11.  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$
12.  $f(x) = e^x \cdot \tan(x)$
13.  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$
14.  $f(x) = 5^x - \log_{10}(x)$
15.  $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$
16.  $f(x) = e^{2x} \cdot \sin(3x)$
17.  $f(x) = \ln(\sin x)$
18.  $f(x) = \tan(x)/e^x$
19.  $f(x) = x \cdot \ln(x) - x$
20.  $f(x) = \sec(x) \cdot \csc(x)$

#### IV. Regla de la Cadena

21.  $f(x) = (4x^3 - 2x + 1)^{10}$
22.  $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$
23.  $f(x) = e^{\cos(x^2)}$
24.  $f(x) = \ln^3(x)$  (Es decir,  $(\ln x)^3$ )
25.  $f(x) = \sin(\sqrt{x^2 + 1})$
26.  $f(x) = \tan(e^x)$
27.  $f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})^5$
28.  $f(x) = \cos^2(4x)$
29.  $f(x) = \sqrt[3]{(x + 1)^2}$
30.  $f(x) = \ln(\frac{x+1}{x-1})$

#### V. Derivación Implícita e Inversas Trigonométricas

31. Encuentre  $dy/dx$  para  $x^2 + y^2 = 25$ .
32. Halle la derivada de  $x^3 + y^3 = 6xy$ .
33.  $y + \sin(y) = x$
34.  $x^2y^2 + x \sin(y) = 4$
35.  $e^y = x + y$
36.  $f(x) = \arctan(2x)$
37.  $f(x) = \arcsin(x^2)$
38.  $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$
39. Halle la recta tangente a la curva  $x^2 + y^2 = 2$  en el punto  $(1, 1)$ .
40.  $f(x) = x \cdot \arctan(x)$

## VI. Diferenciabilidad y Orden Superior

41. Analice si  $f(x) = |x - 2|$  es diferenciable en  $x = 2$ .
42. Calcule la segunda derivada ( $f''$ ) de  $f(x) = x^4 - 5x^2$ .
43. Halle la tercera derivada de  $f(x) = \sin(2x)$ .
44. Si  $f(x) = e^{-x^2}$ , calcule  $f''(0)$ .
45. Encuentre la  $n$ -ésima derivada de  $f(x) = e^x$ .
46. Determine  $y''$  por derivación implícita de  $x^2 + y^2 = 1$ .
47. ¿Es  $f(x) = x^{1/3}$  diferenciable en  $x = 0$ ? Justifique.
48. Calcule  $d^2y/dx^2$  para  $y = \ln(x)$ .
49. Verifique si  $f(x) = x|x|$  es diferenciable en el origen.
50. Halle la cuarta derivada de  $f(x) = \cos(x)$ .

## VII. Teoremas y Aplicaciones (Rolle, TVM, Extremos)

51. Verifique el Teorema de Rolle para  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  en  $[1, 3]$ .
52. Halle el valor de "c" del TVM para  $f(x) = x^2$  en  $[0, 2]$ .
53. Encuentre los valores máximos y mínimos absolutos de  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  en  $[0, 2]$ .
54. ¿Se cumple el Teorema de Rolle para  $f(x) = \tan(x)$  en  $[0, \pi]$ ? Explique.
55. Use el TVM para demostrar que  $\sin(x) < x$  para  $x > 0$ .
56. Halle los puntos críticos de  $f(x) = x^4 - 2x^2$ .
57. Verifique el TVM para  $f(x) = \sqrt{x}$  en  $[1, 4]$ .
58. Determine si  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  cumple el TVE en el intervalo  $[0, 2]$ .
59. Un objeto se mueve según  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ . ¿En qué momento la velocidad es cero?
60. Encuentre el punto en el que la tangente a  $f(x) = x^2$  es paralela a la cuerda que une  $(1, 1)$  y  $(3, 9)$ .